



TITLE:

ある離散構造へのファジィ数理計画法の適用について(不確実・不確定環境下における数理的意思決定とその周辺)

AUTHOR(S):

桑野, 裕昭; 金, 正道

CITATION:

桑野, 裕昭 ...[et al]. ある離散構造へのファジィ数理計画法の適用について(不確実・不確定環境下における数理的意思決定とその周辺). 数理解析研究所講究録 2012, 1802: 6-12

ISSUE DATE:

2012-07

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/194365>

RIGHT:

ある離散構造へのファジィ数理計画法の適用について

金沢学院大学・経営情報学部 桑野 裕昭 (Hiroaki Kuwano)
Faculty of Business Administration and Information Science,
Kanazawa Gakuin University
弘前大学大学院・理工学研究科 金 正道 (Masamichi Kon)
Graduate School of Science and Technology,
Hirosaki University

1 はじめに

多くの大学では、学生の専門性を高めるため、学部生の上位学年において一人ないし少数の教員の下で直接指導を受けるシステムを採用している。また、このように一人ないし少数の教員の指導下に加わることを、研究室配属等と呼び習わしている。学生の研究室配属は、学生にとっては自分の専門性を深める上でどのような分野を専門とする教員の指導を受けるか、つまり、どの研究室に配属されるかという非常に重要な問題であると、同時に、研究室にとっても新たな人材の獲得を意味し、学生・研究室双方にとって重要な問題である。

ここでは、この研究室配属を対象として数理モデルを構築することを試みたい。先行研究には、例えば、今野らによる事例研究 [7, 8] などがある。これは数理計画法を適用することによって問題の解決を図ろうとしている。同様のアプローチとして Proll [11] など知られている。数理計画法以外のアプローチとしては Gale-Shapley [1] による安定結婚問題への解法 (Gale-Shapley のアルゴリズム) に基づいたアプローチもあり、近年、片岡らによって精力的に研究されている [4, 5, 6]。他方、理論的観点よりは実践的な観点からの研究や事例研究として堀田 [2, 3] や八木 [13, 14]、桑野 [10] などもある。

上述のようにこの問題に対しては多様な選好研究があるが、ここでは今野らの数理計画法に基づく研究室配属問題へのアプローチをベースとして、その中には組み込まれていない研究室側が学生を選択するための構造を、安定結婚問題を用いたアプローチとは異なる方法によってモデルに組み込む。具体的には、ファジィ数理計画問題として研究室配属問題を定式化し、その定式化において個々の研究室がそれぞれの学生を評価し、より評価値の高い学生を求められる構造を提案する定式化に取り込むことにより目的を達成する。

2 数理計画法に基づく研究室配属問題の定式化

準備として、従来の数理計画法を用いた研究室配属問題の定式化を以下のように与える ([7, 8])。

$$\begin{aligned} & \text{Maximize} && \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w_{ij} x_{ij} \\ & \text{subject to} && \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq c_j, && j = 1, 2, \dots, n, \\ & && \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, && i = 1, 2, \dots, m, \\ & && x_{ij} \in \{0, 1\}, && i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \tag{1}$$

ここで、各パラメータは以下の通りとする。

- (i) $m(> 0)$ は学生数
- (ii) $n(> 0)$ は研究室数
- (iii) $c_j(> 0)$ は研究室 L_j の学生受入れ上限数 ($j = 1, 2, \dots, n$)
- (iv) $w_{ij}(> 0)$ は学生 S_i の研究室 L_j への選好を表す重み ($i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$) を表し、 $w_{ij} > w_{ik}$ のとき、学生 S_i は研究室 L_k よりも研究室 L_j への配属を希望すると考える。

なお、以下では、上記 (iv) のように「すべての研究室間に重みによる選好が与えられている」ことを「研究室に対して選好構造を持つ」と表記することにする。

3 ファジィ集合論に基づく拡張

ここでは、ファジィ集合 [15] の概念を用いて、研究室配属問題のいくつかの構成要素を一般化する。まず、最初にファジィ数の一般的な定義を示す。

定義 3.1. \tilde{a} を実数全体からなる集合 \mathbb{R} 上のファジィ集合とし、それを特徴づけるメンバーシップ関数を $\mu_{\tilde{a}}: \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ とする。このとき、ファジィ集合 \tilde{a} がファジィ数であるとは、以下の条件を満足するときである。

- (i) $\mu_{\tilde{a}}$ は準凹関数である。
- (ii) $\mu_{\tilde{a}}$ は上半連続関数である。
- (iii) $\mu_{\tilde{a}}(x^1) = 1$ を満たす実数 x^1 が唯一存在する。
- (iv) $\text{cl}\{x \in \mathbb{R} \mid \mu_{\tilde{a}}(x) > 0\}$ は有界集合である。ここで、 $\text{cl}(A)$ は集合 A の閉包を表す。

なお、集合 $\{x \in \mathbb{R} \mid \mu_{\tilde{a}}(x) = 1\}$ が閉区間として与えられた場合には、そのファジィ集合をファジィ区間と呼ぶ。また、 $0 < \alpha \leq 1$ に対して $[\tilde{a}]^\alpha = \{x \in \mathbb{R} \mid \mu_{\tilde{a}}(x) \geq \alpha\}$ を α レベル集合と呼び、 $[\tilde{a}]^0 = \text{cl}\{x \in \mathbb{R} \mid \mu_{\tilde{a}}(x) > 0\}$ を 0 レベル集合と呼ぶ。

3.1 受入れ上限数

研究室配属問題 (1) において、 $c_j (> 0)$ により各研究室 L_j ($j = 1, 2, \dots, n$) の学生受入れ上限数を定めていたが、現実問題としてこの制約は必ずしもスクリプトであるとは限らない。そこで、 c_j に研究室にとって最適な上限数を表すこととし、許容限度の上限数を $d_j > 0$ を用いて $c_j + d_j$ で表すことにする。このとき、ファジィな上限数 \tilde{c}_j はメンバーシップ関数

$$\mu_{\tilde{c}_j}(x) = \begin{cases} 1, & x \leq c_j \text{ のとき,} \\ \frac{c_j + d_j - x}{d_j}, & c_j < x \leq c_j + d_j \text{ のとき} \\ 0, & x > c_j + d_j \text{ のとき} \end{cases}$$

によって特徴づけられる。なお、受入れ学生数の不均衡を防止する意味において研究室毎で受入れ学生数の下限を設けている場合、また、受入れ数に幅を持たせている場合などにはメンバーシップ関数を以下のように自然に拡張し、制約を「受入れ学生が数がこのファジィ区間に含まれる」と変更することも可能である。

$$\mu_{\tilde{c}_j}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq c_j^L - d_j^L \text{ のとき,} \\ \frac{x - c_j^L + d_j^L}{d_j^L}, & c_j^L - d_j^L < x \leq c_j^L \text{ のとき,} \\ 1, & c_j^L < x \leq c_j^U \text{ のとき,} \\ \frac{c_j^U + d_j^U - x}{d_j^U}, & c_j^U < x \leq c_j^U + d_j^U \text{ のとき} \\ 0, & c_j^U + d_j^U < x \text{ のとき} \end{cases}$$

3.2 選好を表す重み

研究室配属問題 (1) においては各々の学生 S_i , $i = 1, 2, \dots, m$ がすべての研究室 L_j , $j = 1, 2, \dots, n$ に対して、選好を表す重み $w_{ij} (> 0)$ を持つことのみを規定し、具体的な付与方法については学生 S_i が研究室 L_k よりも研究室 L_j への配属を希望しているときに $w_{ij} > w_{ik}$ と表すこと以外一切の指定を行ってはいない。この意味において、重み自体は自由度の高い設定が可能であるが、ここではより一般性を高めるため、重みをファジィ数として表現することにする。

また、順序 $w_{ij} > w_{ik}$ の拡張については以下のファジィ・マックス順序を適用するものとする。

定義 3.2 ([12]). \tilde{a}, \tilde{b} をファジィ数とする。このとき、二項関係 \leq がファジィ・マックス順序であるとは、各 $\alpha \in [0, 1]$ に対して不等式 $\max[\tilde{a}]^\alpha \leq \max[\tilde{b}]^\alpha$ および $\min[\tilde{a}]^\alpha \leq \min[\tilde{b}]^\alpha$ が満たされるときをいう。また、この条件が成り立つとき、 $\tilde{a} \leq \tilde{b}$ と表す。

なお、以下ではファジィ化された重み \tilde{w}_{ij} , $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ は正の三角型ファジィ数であるとする。即ち, $\min[\tilde{w}_{ij}]^0 > 0$, かつ, 上記の \tilde{c}_j 同様にメンバーシップ値が 0 より大きく, 1 より小さい区間においてはメンバーシップ関数は線形関数によって与えられるものとする。

4 研究室側の要望のモデル化

研究室配属問題 (1) では, 個々の学生がすべての研究室に対して選好構造を持つことが仮定されている。その一方で, 研究室側には学生たちに対する選好構造は存在せず, この意味において不公平な状況をモデル化したものであると見なすこともできる。そのため, 数理計画法に基づくアプローチではなく, 安定結婚問題に基づき, 学生と研究室の双方, つまり, すべての学生とすべての研究室がそれぞれ他方に対して選好構造を持つことを仮定して研究室配属問題のモデル化を行うアプローチも存在する。

しかしながら, 一般には研究室数 n に対して学生数 m は数倍から数十倍以上になるのが普通であると考えられ, それぞれの研究室がすべての学生に選好構造を与えることは困難であると思われる。そこで, 以下では「すべての学生がすべての研究室に選好構造を持つこと」を前提として,

- すべての研究室がすべての学生に選好構造を持たない, 数理計画法に基づく研究室配属問題へのアプローチ
- すべての研究室がすべての学生に選好構造を持つ, 安定結婚問題に基づく研究室配属問題へのアプローチ

の 2 種類とは異なる

- すべての研究室が求める学生の属性 (要望) を示し, その属性 (要望) にできるだけ合致する, あるいは, それ以上の学生を選択しうる, ファジィ数理計画法に基づく研究室配属問題へのアプローチ

を以下で提案する。

4.1 研究室側の要望

各研究室においては, それぞれの研究領域を持つものと仮定する。また, その研究領域の特性に応じて, 配属される学生に求める能力が存在すると仮定し, それらは「プログラミング・スキルがある」, 「コンピュータ操作が得意である」といった抽象的な言明として与えられているものとする。

即ち, 研究室 L_j $j = 1, 2, \dots, n$ は学生に対してそれぞれ k_j 個 ($< \infty$) の望ましい属性 (要望) $\tilde{p}_j^1, \tilde{p}_j^2, \dots, \tilde{p}_j^{k_j}$ を持つとする。

このとき, 要望の全体は

$$\bigcup_{j=1}^n \{\tilde{p}_j^1, \tilde{p}_j^2, \dots, \tilde{p}_j^{k_j}\}$$

と表され, その要素数 p は

$$p \leq \sum_{j=1}^n k_j$$

を満たす。そこで, 以下では簡単のため, すべての要望の番号を付け替え, $\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \dots, \tilde{p}_p$ によって改めてすべての要望を表すものとする。

例 4.1. 研究室 L_1 では \tilde{p}_1^1 : 「プログラミング・スキルがある」, \tilde{p}_1^2 : 「コンピュータ操作が得意である」を配属される学生に対して望ましい属性とし, 研究室 L_2 では \tilde{p}_2^1 : 「プログラミング・スキルがある」, \tilde{p}_2^2 : 「英語が堪能である」を配属される学生に対して望ましい属性としたとする。このとき, 延べ 4 つの属性 $\tilde{p}_1^1, \tilde{p}_1^2, \tilde{p}_2^1, \tilde{p}_2^2$ があることになるが, 改めて整理を行い, 重複を除き要望総数は $p = 3$, \tilde{p}_1 : 「プログラミング・スキルがある」, \tilde{p}_2 : 「コンピュータ操作が得意である」, \tilde{p}_3 : 「英語が堪能である」とする。

4.2 言語変数 (Linguistic Variables)

Zadeh[16] において, 古典論理の命題の真理値を $\{0, 1\}$ の二値から, 真理値空間を $[0, 1]$ 上で定義された, ある種の条件を満たすファジィ集合として表現し, 更にそれらに人間が認識し易いように言語によって表現されたラベルをつけて

言語変数（言語学の変数と訳されることもある）と呼ぶことが提案されている。

以下では、真理値空間 $[0, 1]$ 上に定義された、以下のメンバーシップ関数によって特徴づけられる言語変数「該当しない」・「あまり該当しない」・「ほどほどに該当する」・「やや該当する」・「該当する」及び「考慮しない」を取り扱うものとする。

$$\begin{aligned} \nu_{\text{該当しない}}(x) &= \begin{cases} \frac{0.25-x}{0.25}, & \text{if } 0 \leq x \leq 0.25, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}, & \nu_{\text{あまり該当しない}}(x) &= \begin{cases} \frac{x}{0.25}, & \text{if } 0 \leq x \leq 0.25, \\ \frac{0.5-x}{0.25}, & \text{if } 0.25 \leq x \leq 0.5, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \\ \nu_{\text{ほどほどに該当する}}(x) &= \begin{cases} \frac{x-0.25}{0.25}, & \text{if } 0.25 \leq x \leq 0.5, \\ \frac{0.75-x}{0.25}, & \text{if } 0.5 \leq x \leq 0.75, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}, & \nu_{\text{やや該当する}}(x) &= \begin{cases} \frac{x-0.5}{0.25}, & \text{if } 0.5 \leq x \leq 0.75, \\ \frac{1-x}{0.25}, & \text{if } 0.75 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \\ \nu_{\text{該当する}}(x) &= \begin{cases} \frac{x-0.75}{0.25}, & \text{if } 0.75 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}, & \nu_{\text{考慮しない}}(x) &= \begin{cases} 1, & \text{if } 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \end{aligned}$$

以下では、簡単のため、言語変数「該当しない」・「あまり該当しない」・「ほどほどに該当する」・「やや該当する」・「該当する」及び「考慮しない」を $\tilde{L}V_1, \tilde{L}V_2, \tilde{L}V_3, \tilde{L}V_4, \tilde{L}V_5, \tilde{L}V_0$ と表し、それぞれのメンバーシップ関数を $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4, \nu_5, \nu_0$ と表すことにする。また、特に混乱のない限り、言語変数とそのメンバーシップ関数を同一視することとする。

これらの言語変数と前節の曖昧な言明を用いることで、ファジィ命題

$$\tilde{P}_k \text{ is } \tilde{L}V_\ell, \quad k = 1, 2, \dots, p; \ell = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

を構成できることとなった。

なお、最後の言語変数「考慮しない」は他の言語変数と性質を異にするが、これは以下の例に示すようにファジィ命題として与えられた要望が研究室の特性から無視できる場合に用いるための特殊な言語変数である。

例 4.2 (例 1 の続き)。研究室 L_1 の要望はファジィ命題で表現すると

- \tilde{P}_1 is “該当する”
- \tilde{P}_2 is “該当する”
- \tilde{P}_3 is “考慮しない”

となり、研究室 L_2 については

- \tilde{P}_1 is “考慮しない”
- \tilde{P}_3 is “該当する”

と表現できる。また、別の研究室が

- \tilde{P}_1 is “当する”
- \tilde{P}_2 is “ほどほどに該当する”
- \tilde{P}_3 is “あまり該当しない”

のように要望をファジィ命題として与えることも可能である。

4.3 言語変数を用いた研究室の望む学生像の表現

各研究室はすべての要望 $\tilde{P}_k, k = 1, 2, \dots, p$ に対して、言語変数 $\tilde{L}V_1, \tilde{L}V_2, \tilde{L}V_3, \tilde{L}V_4, \tilde{L}V_5, \tilde{L}V_0$ のいずれかを割り当て、自らの要望を p 個のファジィ命題によって表現しているものとする。

従って、

$$L_j \rightarrow \begin{array}{c|cccc} \text{要望} & \tilde{P}_1 & \tilde{P}_2 & \dots & \tilde{P}_p \\ \hline \text{言語変数} & \tilde{L}V_{j_1} & \tilde{L}V_{j_2} & \dots & \tilde{L}V_{j_p} \end{array} \quad \text{i.e.} \quad L_j \mapsto (\nu_{j_1}, \nu_{j_2}, \dots, \nu_{j_p})$$

のように対応を定義することができる。

以下では、上記の対応を用いて、研究室 L_j , $j = 1, 2, \dots, m$ の望む学生像を $[0, 1]^p$ 上のファジィ集合の組 \tilde{L}_j と捉え、メンバーシップ関数

$$\mu_{\tilde{L}_j} = (v_{j1}, v_{j2}, \dots, v_{jp}), \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

によって特徴づけられているものとし、 \tilde{L}_j を研究室 L_j のペルソナと呼ぶこととする。

4.4 言語変数を用いた学生の表現

前節の研究室のペルソナ同様に学生を $[0, 1]^p$ 上のファジィ集合の組として表現することを考える。

仮定として、すべての学生はすべての要望 \tilde{P}_k , $k = 1, 2, \dots, p$ を事前に知らされており、各要望 \tilde{P}_k に対して自己評価として言語変数 $\tilde{L}_1, \tilde{L}_2, \tilde{L}_3, \tilde{L}_4, \tilde{L}_5$ のいずれかひとつを誠実に与えている*ものとする。

これらを用いて、学生 S_i , $i = 1, 2, \dots, m$ を $[0, 1]^p$ 上のファジィ集合の組 \tilde{S}_i と捉え、メンバーシップ関数

$$\mu_{\tilde{S}_i} = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{ip}), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

によって特徴づけられているものとする。

4.5 個々の学生に対する研究室毎の評価値

上述のように、数理計画法に基づく研究室配属問題へのアプローチでは、学生には研究室を選択するための選好構造を持つが、研究室が学生を選択する構造はなく、また、安定結婚問題に基づく研究室配属問題へのアプローチでは、学生・研究室ともに他方を選択するための選好構造を持つが、すべての研究室がすべての学生に対して選好構造を持つことは大変困難であった。

この点を踏まえて、ここでは、

- (i) (従来の2つのアプローチ同様に) すべての学生はすべての研究室に対して選好構造を持つ
- (ii) すべての研究室は (すべての学生に対しての選好構造を持つ代わりに) それぞれの研究室に応じて望ましい学生像 (ペルソナ) を与える
- (iii) すべての学生はすべての要望に対して誠実に自己評価を行う

を前提として、各研究室が学生に対して選好構造ではなく評価値を付与する方法を提案する。これにより各研究室はすべての学生に選好構造を与えずとも、この評価値の大小を用いることにより、より研究室にとって相応しい学生の配属を望めることとなる。

これまでの議論から、それぞれの研究室 L_j , $j = 1, 2, \dots, m$ は自らの研究室のペルソナを $\mu_{\tilde{L}_j} = (v_{j1}, v_{j2}, \dots, v_{jp})$ によって特徴づけられるファジィ集合の組 \tilde{L}_j として表現できている。これは各研究室の望む学生像の平均像であり、無論、このペルソナの能力を超える $\mu_{\tilde{S}_i} = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{ip})$ によって特徴づけられている学生 \tilde{S}_i が配属されることは一向に構わないし、むしろ、能力の高い学生の配属を望んでいると考えて良い。

従って、学生 \tilde{S}_i , $i = 1, 2, \dots, m$ が研究室 L_j , $j = 1, 2, \dots, m$ のペルソナ \tilde{L}_j 以上の能力を持つ可能性を以下の可能性測度 ([17]) より求め、それを学生 S_i の研究室 L_j における評価値と呼ぶこととする。

$$\text{Pos}(\tilde{S}_i \geq \tilde{L}_j) = \min_{1 \leq k \leq p, x_k \geq y_k: x_k, y_k \in [0, 1]} \max \min \{v_{ik}(x_k), v_{jk}(y_k)\} \quad (4)$$

5 ファジィ数理計画法に基づく研究室配属問題の定式化

これまでの議論に基づき、以下の点について考慮した研究室配属問題の定式化を以下のように提案する。

- 学生の研究室に対して選好関係に基づき、より選好する研究室に配属することが期待できる
- 研究室は自らの示した望ましい学生像に出来る限り近い、あるいはそれ以上の学生の配属を期待できる

* ここでは、学生は自己評価を与えるものとしているが、これだけでは学生がより希望の高い研究室に配属されるよう虚偽の評価を行うことも可能である。また、同様に研究室側も能力の高い学生を求めるあまり必要以上に言語変数の高いものを設定することも考えられる。この意味において、実用の際には別途、適切なメカニズム・デザインや外部資料の参照等が必要となろう。

$$\begin{aligned}
& \text{Maximize} && \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \tilde{w}_{ij} \text{Pos}(\tilde{S}_i \geq \tilde{L}_j) x_{ij}, \\
& \text{subject to} && \sum_{i=1}^m x_{ij} \lesssim \tilde{c}_j, && j = 1, \dots, n, \\
& && \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, && i = 1, \dots, m, \\
& && x_{ij} \in \{0, 1\}, && i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.
\end{aligned} \tag{5}$$

数理計画法に基づく研究室配属問題 (1) と比較することで容易に分かるが、提案モデルは従来の数理計画モデルをファジィ化したモデルとなっている。そのため、従来、提案されてきた数理計画問題をファジィ数理計画問題に拡張して提案されてきた各種の解法が適用できる。

例えば、以下のように上記モデルの単一目的関数を、一旦、複数に分解してファジィ多目的線形計画問題

$$\begin{aligned}
& \text{Maximize} && \sum_{j=1}^n \tilde{w}_{1j} \text{Pos}(\tilde{S}_1 \geq \tilde{L}_j) x_{1j}, \\
& && \vdots \\
& \text{Maximize} && \sum_{j=1}^n \tilde{w}_{mj} \text{Pos}(\tilde{S}_m \geq \tilde{L}_j) x_{mj}, \\
& \text{subject to} && \sum_{i=1}^m x_{ij} \lesssim \tilde{c}_j, && j = 1, \dots, n, \\
& && \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, && i = 1, \dots, m, \\
& && x_{ij} \in \{0, 1\}, && i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.
\end{aligned}$$

と表現した上で、0-1 制約を連続緩和することにより、Kuwano[9] による解法などを適用することができることとなる。

なお、受入れ上限数に関する制約式では不等号の記号として“ \lesssim ”を用いているが、これについては現時点では無定義である。つまり、目的関数同様に可能性測度に基づく順序指標を導入することも可能であるし、研究室に対する重み同様にファジィ・マックス順序を採用することも可能である。同様に、その他のファジィ数に関する順序を用いることも可能であるため、今回の提案においては敢えて無定義としている。

6 まとめ

研究室配属問題について、これまでの先行研究の大きな流れである数理計画法に基づくアプローチ及び安定結婚問題に基づくアプローチと異なり、ファジィ理論に基づくアプローチによって研究室配属問題をモデル化し、結果として数理計画法によるアプローチのファジィ拡張となる定式化を提案した。

今後は実際問題への適用などを行うことでモデルを理論だけで止めず、応用し易い手法へと改良を進めたいと考えている。また、研究室配属問題だけではなく、インターシップの受け入れ先とのマッチングの問題に対しても適用したいと考えている。

参考文献

- [1] Gale, D. and L. S. Shapley (1962) “College Admissions and the Stability of Marriage,” *The American Mathematical Monthly*, Vol. 69, No. 1, pp. 9–15.
- [2] 堀田敬介 (2006) 「学生満足度の観点によるゼミ配属法の定量的比較」, 『情報研究』, 第 35 巻, 367–378 頁.
- [3] 堀田敬介 (2011) 「成績を考慮したゼミ配属法の比較と提案」, 『情報研究』, 第 44 巻, 59–73 頁.
- [4] 片岡達 (2008) 「一般化安定結婚問題に基づく研究室配属問題の数理的考察」, 『オペレーションズ・リサーチ』, 第 53 巻, 第 12 号, 696–697 頁.
- [5] 片岡達, 茨木俊秀 (2006) 「研究室配属問題の数理的考察」, 『2006 年秋季研究発表会 アブストラクト集』, 60–61 頁, 日本オペレーションズ・リサーチ学会.
- [6] 片岡達, 茨木俊秀 (2008) 「研究室配属のための一方式の提案とその数理的考察」, 『日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌』, 第 51 巻, 71–93 頁.

- [7] 今野浩, 竹内俊雄 (1998) 「東京工業大学における新学科所属方式」, 『日本経営工学会論文誌』, 第 48 巻, 第 6 号, 295–300 頁.
- [8] 今野浩, 朱詰 (1991) 「最適クラス編成問題: 東京工業大学におけるケース・スタディー」, 『オペレーションズ・リサーチ』, 第 36 巻, 第 2 号, 85–89 頁.
- [9] Kuwano, H. (1996) “On the fuzzy multi-objective linear programming problem: Goal programming approach,” *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 82, No. 1, pp. 57–64.
- [10] 桑野裕昭 (2008) 「ローテーションを含む研究室配属問題の適用」, 『金沢学院大学紀要, 経営・経済・情報・自然科学編』, 第 6 巻, 155–166 頁.
- [11] Prohl, L. G. (1972) “A Simple Method of Assigning Projects to Students,” *Operational Research Quarterly*, Vol. 23, No. 2, pp. 195–201.
- [12] Ramík, J. and J. Římanek (1985) “Inequality relation between fuzzy numbers and its use in fuzzy optimization,” *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 16, pp. 123–138.
- [13] 八木英一郎 (2007) 「教室設備による人数制約が必要な選択科目におけるクラス編成問題」, 『日本経営工学会論文誌』, 第 58 巻, 第 1 号, 71–77 頁.
- [14] 八木英一郎 (2010) 「2 つの指標によるクラス編成問題」, 『東海大学紀要, 政治経済学部』, 第 42 巻, 229–238 頁.
- [15] Zadeh, L.A. (1965) “Fuzzy Sets,” *Information and Control*, Vol. 8, pp. 338–353.
- [16] Zadeh, L.A. (1975) “The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning-I,” *Information Science*, Vol. 8, pp. 199–249.
- [17] Zadeh, L.A. (1978) “Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility,” *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 1, No. 1, pp. 3–28.